

SPECIALITE MATHEMATIQUES

Date du DST :	Jeudi 3 octobre 2024	Durée de l'épreuve :	2 heures			
Nom du professeur :	Mme FAHLAOUI		Groupe :	1SPE MATHS5		
Matériel autorisé :	<ul> <li>L'usage de la calculatrice graphique avec MODE EXAMEN ACTIF est autorisé pour cette épreuve.</li> <li>L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collège » est autorisé pour cette épreuve.</li> </ul>					
Consignes particulières :	<ul> <li>Ne pas rendre le sujet (pages 1 &amp; 2).</li> <li>Compléter la page 3 et la rendre avec la copie.</li> </ul>					

## Exercice 1

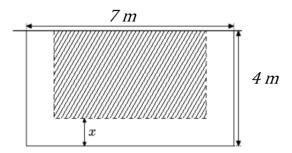
QCM : Voir l'annexe à rendre page 3 (à compléter sans justifier).

# Exercice 2

- 1. Soit la fonction f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2x^2 + 14x + \frac{39}{2}$ 
  - (a) Déterminer la forme canonique de la fonction f
  - (b) En déduire le tableau de variation de la fonction f
  - (c) Au vu de ce tableau, la représentation de la fonction f coupe-t-elle l'axe des abscisses?
- 2. Soit la fonction g définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = -2x^2 3x + 20$ 
  - (a) Déterminer les racines de g(x)
  - (b) En déduire une factorisation de g(x)
  - (c) Résoudre  $g(x) \ge 0$

### Exercice 3

Adossé à sa maison, Danielle possède un jardin de forme rectangulaire ayant pour dimensions 7m et 4m. Elle souhaite construire sur trois côtés de ce jardin une allée ayant la même largeur et elle plantera de la pelouse sur le reste du jardin. Elle propose le schéma ci-dessous où la partie hachurée est l'espace de la pelouse.



- 1. Déterminer les valeurs pouvant être prises par x.
- 2. On note A(x) l'expression de l'aire de la pelouse. Montrer que  $A(x) = 2x^2 15x + 28$
- 3. Quelle doit être la largeur de l'allée pour que l'aire de la pelouse soit égale à 10m²?

#### Exercice 4

Les cinq questions suivantes sont indépendantes.

- 1. La suite  $(t_n)$  est définie par :  $t_0=2$  et pour tout  $n\in\mathbb{N},$   $t_{n+1}=t_n+4-n$  Calculer  $t_3$ .
- 2. Déterminer le sens de variation de la suite  $(u_n)$  définie par :  $\forall n \ge 0, \quad u_n = n^2 n$ .
- 3. Déterminer le sens de variation de la suite  $(v_n$  définie par :  $\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad v_n = 2 \frac{1}{n}$ .
- 4. Déterminer le sens de variation de la suite  $(w_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par :  $w_n = \frac{6^n}{n+1}$ .
- 5. On considère la suite  $(u_n)$  définie par la relation de récurrence suivante pour tout  $n \in \mathbb{N}$ :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1 - u_n}{1 + u_n} \end{cases}$$

- (a) Calculer  $u_1$  et  $u_2$
- (b) Démontrer que  $u_{n+2}=u_n$ , pour tout  $n\in\mathbb{N}$

# NOM Prénom:

### Barème:

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4
Total	4	6	4	6

# Annexe de l'exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses est exacte. Entourer les bonnes réponses aux questions suivantes. Aucune justification n'est demandée. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne donne ni n'enlève de point.

1. La forme canonique de  $f(x) = 2x^2 - 2x - 12$  est :

a) 
$$2(x-1)^2 - 14$$

b) 
$$2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$$

a) 
$$2(x-1)^2 - 14$$
 b)  $2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$  c)  $2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{2}$  d)  $2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{2}$ 

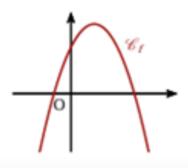
d) 
$$2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{2}$$

2. L'inéquation  $x^2 - 5x - 6 < 0$  a comme ensemble de solutions :

c) 
$$]-1; 6]$$

c) 
$$]-1$$
; 6[ d)  $]-\infty$ ;  $-1[\cup]6$ ;  $1+\infty[$ 

3. Soit la courbe  $C_f$  ci-dessous, représentant la fonction f telle que  $f(x)=ax^2+bx+c$  et  $\Delta$  le discriminant de f(x).



Laquelle de ces propositions est vraie :

- a) a et c ont le même signe
- b) a et b ont le même signe
- c) a et  $\Delta$  ont le même signe
- d)  $c \text{ et } \Delta \text{ ont le}$ même signe

4. Soit l'équation paramétrique  $(E_m)$  :  $x^2 - (2m+3)x + m^2 = 0$ 

 $(E_m)$  admet une solution double si :

- a)  $m = -\frac{3}{2}$
- b)  $m = -\frac{3}{4}$  c)  $m = \frac{3}{4}$
- d)  $m = \frac{3}{2}$